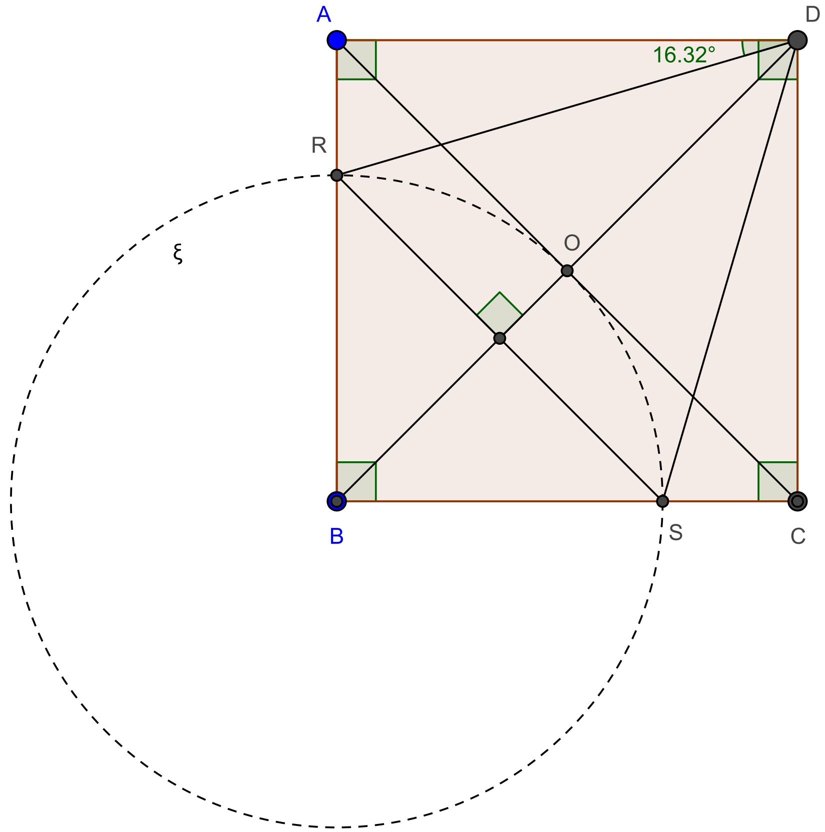

1/

B centre du cercle ξ passant par R, O et S. Donc $BR = BS = BO$.
Comme ADCB est un carré alors $AB = BC$ donc $AR = SC$.
Or ADB triangle rectangle en D donc $AD^2 + AR^2 = DR^2$
et SCD triangle rectangle en C donc $CD^2 + SC^2 = DS^2$

Comme $AR = SC$ et $AD = CD$ (ADCB carré) il en résulte que $DR = DS$.
RSD est donc un triangle isocèle.
$DR = DS$ et $BR = BS$ donc BD est la mediatrice de [RS].

Soit a la longueur du côté du carré.
ABD triangle rectangle donc $a^2 + a^2 = BD^2$ donc $BD = \sqrt{2}a$

$BR = BO = \frac{BD}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

ADR triangle rectangle en A donc $\text{tang}(\widehat{ADR}) = \frac{AR}{AD}$

$\text{tang}(\widehat{ADR}) = \frac{a - \frac{a}{\sqrt{2}}}{a}$

$\text{tang}(\widehat{ADR}) = 1\text{-}\frac{1}{\sqrt{2}}$

donc $\widehat{ADR} = 16,33^\circ$

or (DB) diagonale du carré ABCD donc $\widehat{ADB} = 45^\circ$ donc $\widehat{RDB} = 45\text{-}16,32^\circ = 28,8^\circ$

(BD) mediatrice de (RS) donc $\widehat{RDB} = \widehat{RDS}/2$. donc $\widehat{RDS} = 2\text{x}28,8 = 57,6^\circ$
Le triangle RDS ne peut pas être equilatéral car l'angle au sommet ne vaut pas 60°.

2/

$B(0;0)$ $S(\frac{a}{\sqrt{2}};0)$ $R(0;\frac{a}{\sqrt{2}})$ $D(a;a)$

$d(R,S) = \sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2 + \frac{a}{\sqrt{2}}^2)} = a$

$d(R,D) = \sqrt{a^2 + (\frac{a}{\sqrt{2}} - a)^2)} = a\sqrt{1 + (\frac{1}{\sqrt{2}} - 1)^2}$

Donc $d(R,S) \neq d(R,D)$ donc le triangle RDS n'est pas équilatéral.