



1/ Montrer que $(AD) \parallel (BC)$

$$\frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OA} = 1$$

car $OB = OD$ et $OC = OA$ puisque les diagonales se coupent en leur milieu.

donc $(BC) \parallel (AD)$ d'après réciproque de Thalès voir fig (1))

2/ Montrer que $(AB) \parallel (CD)$

$$\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} = 1$$

car $OB = OD$ et $OA = OC$ puisque les diagonales se coupent en leur milieu.

donc $(AB) \parallel (CD)$ d'après réciproque de Thalès voir fig (2))

3/ Quel est la nature du triangle OAB ?

OAB est isocèle en O car $OB = OA$ car les diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

4/ Soit I le milieu de [AB]

4a/ Comment sont les droites (OI) et (AB) ?

OAB triangle isocèle en O donc (OI) médiatrice de [AB]

et $(OI) \perp (AB)$

Que peut-t-on en déduire pour (OI) et (CD) ?

$(AB) \parallel (CD)$ et $(OI) \perp (AB)$ donc $(OI) \perp (CD)$

4b/ Montrer que $(OI) \parallel (BC)$

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AO}{AC} = \frac{1}{2} \text{ donc } (OI) \parallel (BC) \text{ d'après la réciproque de Thalès}$$

5/ Quel est la nature du quadrilatère ABCD?

$(OI) \parallel (BC)$ et $(OI) \perp (AB)$ donc $(AB) \perp (BC)$

D'après 2/ $(AB) \parallel (CD)$ donc $(CD) \perp (BC)$

D'après 1/ $(AD) \parallel (BC)$ donc $(CD) \perp (AD)$

D'après 1/ $(AD) \parallel (BC)$ et $(AB) \perp (BC)$ donc $(AB) \perp (AD)$

(ABCD) est donc un rectangle

Lorsque les diagonales d'un quadrilatère sont égales et se coupent en leur milieu, le quadrilatère est un rectangle.

