



1/ Montrer que $(AB) \parallel (EF)$

$$\frac{OA}{OF} = \frac{OB}{OE} = 2 \text{ donc } (AB) \parallel (EF) \text{ d'après la réciproque de Thalès}$$

2/ $EF = 3$, calculer AB et CD

$(AB) \parallel (EF)$ donc d'après Thalès :

$$\frac{OA}{OF} = \frac{OB}{OE} = \frac{AB}{FE} = 2$$

donc $AB = 2FE = 6$

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = 1 \Rightarrow (AB) \parallel (CD) \text{ (réciproque de Thalès)}$$

$$(AB) \parallel (CD) \text{ donc d'après Thalès : } \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD} = 1 \Rightarrow CD = AB$$

3/ Quelle est la nature du triangle BAC ?

Le cercle $(R2)$ de diamètre BC est circonscrit au triangle BAC

donc BAC est un triangle rectangle en A

D'après Pythagore : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$$\text{donc } AC^2 = BC^2 - AB^2 \Rightarrow AC^2 = 144 - 36 = 108 \text{ donc } AC = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$$

4/ Soit O le milieu de $[AC]$ montrer $(OU) \perp (AC)$

OAC triangle isocèle en O et U milieu de $[AC]$ donc (OU) médiatrice de $[AC]$ et $(OU) \perp (AC)$

5/ Montrer que U appartient au cercle $(R1)$

Comment est la droite (AC) par rapport au cercle $(R1)$?

$(OU) \perp (AC) \Rightarrow (OU) \parallel (AB)$ car $(AB) \perp (AC)$

d'après Thalès :

$$\frac{CU}{CA} = \frac{CO}{CB} = \frac{UO}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$UO = \frac{1}{2}AB = 3 \text{ donc } U \in (R1) \text{ dont le rayon est } 3$$

la droite $(AC) \perp$ au rayon $[OU]$ en U et $U \in (R1)$ donc la droite (AC) est tangente au cercle $(R1)$ en U .

6/ I est le milieu de $[OB]$, montrer que $(AI) \perp (OB)$

OAB triangle isocèle en A et I milieu de $[OB]$ donc AI médiatrice de $[OB]$ donc $(AI) \perp (OB)$

7/ Calculer AI

$(AI) \perp (OB)$ donc AOI est un triangle rectangle en I . D'après Pythagore :

$$AI^2 + OI^2 = OA^2 \text{ donc } AI^2 = OA^2 - OI^2 \text{ soit } AI^2 = 36 - 9 = 27 \text{ donc } AI = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$