



1/ Montrer que (AB) // (EF)

$$\frac{OA}{OF} = \frac{OB}{OE} = 2 \text{ donc } (AB) // (EF) \text{ d'après la réciproque de Thalès}$$

2/ EF = 3 , calculer AB et CD

(AB) // (EF) donc d'après Thalès :

$$\frac{OA}{OF} = \frac{OB}{OE} = \frac{AB}{FE} = 2$$

donc $AB = 2FE = 6$

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = 1 \Rightarrow (AB) // (CD) \text{ (réciproque de Thalès)}$$

$$(AB) // (CD) \text{ donc d'après Thalès) : } \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD} = 1 \Rightarrow CD = AB$$

3/ Quelle est la nature du triangle BAC ?

Le cercle (R2) de diamètre BC est circonscrit au triangle BAC

donc BAC est un triangle rectangle en A

D'après Pythagore : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$$\text{donc } AC^2 = BC^2 - AB^2 \Rightarrow AC^2 = 144 - 36 = 108 \text{ donc } AC = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$$

4/ Soit o le milieu de [AC] montrer (ue (OU) \perp (AC)

OAC triangle isocèle en O et U milieu de [AC] donc (OU) médiatrice de [AC] et (OU) \perp (AC)

5/ Montrer que U appartient au cercle R1

Comment est la droite (AC) par rapport au cercle (R1) ?

(OU) \perp (AC) \Rightarrow (OU) // (AB) car (AB) \perp (AC)

d'après Thalès :

$$\frac{CU}{CA} = \frac{CO}{CB} = \frac{UO}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$UO = \frac{1}{2}AB = 3 \text{ donc } U \in (R1) \text{ dont le rayon est 3}$$

la droite (AC) \perp au rayon [OU] en U et U \in (R1) donc la droite (AC) est tangente au cercle (R1) en U.

6/ I est le milieu de [OB], montrer que (AI) \perp (OB)

OAB triangle isocèle en A et I milieu de [OB] donc AI médiatrice de [OB] donc (AI) \perp ((OB)

7/ Calculer AI

(AI) \perp (OB) donc AIO est un triangle rectangle en I. D'après Pythagore :

$$AI^2 + OI^2 = OA^2 \text{ donc } AI^2 = OA^2 - OI^2 \text{ soit } AI^2 = 36 - 9 = 27 \text{ donc } AI = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$