



On considère la figure ci-dessus constituée de 6 carrés de côté a et des points O, A, B, C, D tels que représentés dans la figure.

1/ Calculer les longueurs  $OA$ ,  $OB$  et  $OC$  en fonction de a

En déduire que A est le milieu du segment  $[OB]$

$$OA^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \text{ donc } OA = a\sqrt{2}$$

$$OB^2 = (2a)^2 + (2a)^2 = 8a^2 \text{ donc } OB = 2a\sqrt{2}$$

$$OC^2 = (2a)^2 + a^2 = 3a^2 \text{ donc } OC = a\sqrt{3}$$

2/ Calculer la longueur  $AC$  en fonction de a

$$AC^2 = (2a)^2 + a^2 = 3a^2 \text{ donc } AC = a\sqrt{3}$$

3/ Montrer que D est le milieu du segment  $[OC]$

$AD \parallel BC$  car sur les côtés opposés des carrés donc

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} \text{ donc } \frac{OD}{OC} = \frac{1}{2} \text{ et D milieu de } [OC].$$

4/ Calculer la longueur  $AD$  en fonction de a

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{AD}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{BC}{2} = \frac{3a}{2}$$

5/ Soit I milieu de  $[BC]$  et S point d'intersection entre les droites  $(AC)$  et  $(DI)$

5a/ Montre que  $(DI) \parallel (OB)$

$$\frac{CD}{CO} = \frac{CI}{CB} = \frac{1}{2} \text{ donc } (DI) \parallel (OB) \text{ d'après la réciproque de Thalès}$$

5b/ Calculer la longueur  $CS$  en fonction de a

En déduire que S est le milieu de  $[CA]$

$(DS) \parallel (OA)$  donc

$$\frac{CD}{CO} = \frac{CS}{CA} \Rightarrow \frac{CS}{CA} = \frac{1}{2} \text{ donc}$$

$$CS = \frac{CA}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

5c/ Quelle est la nature des triangles  $(CDS)$  et  $(COA)$  ?

$$CD = \frac{CO}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = CS$$

$$CO = a\sqrt{3} = CA$$

Ce sont des triangles isocèles en C.