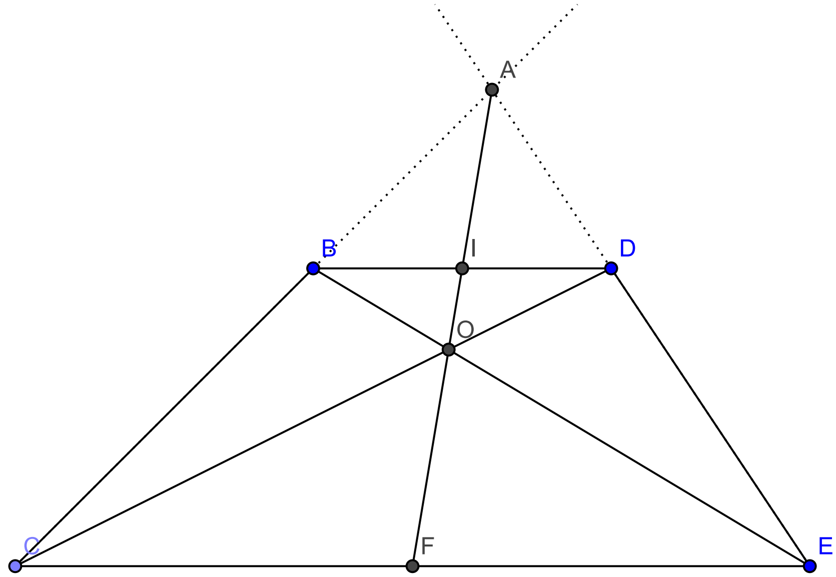

(BD) // (CE) car ce sont les bases du trapèze, on peut donc appliquer Thalès depuis le point A :

$$\frac{AI}{AF} = \frac{AB}{AC} = \frac{IB}{FC}$$

$$\frac{AI}{AF} = \frac{AD}{AE} = \frac{ID}{FE}$$

donc :

$$\frac{IB}{FC} = \frac{ID}{FE} \iff \frac{IB}{ID} = \frac{FC}{FE} \ (1)$$

De plus, en appliquant Thalès depuis le point O :

$$\frac{OB}{OE} = \frac{OI}{OF} = \frac{BI}{EF}$$

$$\frac{OD}{OC} = \frac{OI}{OF} = \frac{DI}{CF}$$

donc $\frac{IB}{EF} = \frac{DI}{CF} \iff \frac{IB}{DI} = \frac{EF}{CF}$ (2)

En combinant (1) et (2) on en déduit : $\frac{EF}{CF} = \frac{FC}{FE}$ soit $EF^2 = FC^2$ donc $EF = FC$

donc F milieu de [EC]

$EF = FC \Rightarrow IB = ID$ d'aprés (1) ou (2) donc I milieu de [BD]

On vient de démontrer le théorème du trapèze :

Dans un trapèze, la droite joignant le point d'intersection des côtés non parallèles au point d'intersection des diagonales, passe par les milieux des côtés parallèles.