

On considère le polynôme $P(x) = x^3 + bx^2 + cx + 1$ avec b et c réels non nuls. P admet 3 racines réelles x_1, x_2, x_3 .

1/ Exprimer $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ en fonction de b et c .

2/ démontrer que les coefficients b et c doivent vérifier la relation : $b^2 - 2c \geq 3$. A quelle condition a-t-on l'égalité ?

3/ On prend $b=c$.

3a/ Quelle est la condition sur b pour avoir des racines réelles ? Est-ce que la condition en 2/ est suffisante ?

3b/ Déterminer les 3 racines réelles de P en fonction de b .

3c/ On note x_2 et x_3 les 2 racines non entières avec $x_2 > x_3$.

3c-1/ Que vaut le produit $x_2 \times x_3$?

3c-2/ en déduire $\lim_{b \rightarrow \infty} x_2(b)$.