

Calculons la surface S qui délimite l'espace entre la courbe f et l'axe des abscisses entre les droites $x=-1$ et $x=1$:

$$S = \int_{-1}^1 \frac{x^6}{x^2+1} dx$$

La division du polynôme du numérateur par celui du dénominateur permet d'écrire :

$$S = \int_{-1}^1 x^4 dx - \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2+1} dx = \left[\frac{x^5}{5} \right]_{-1}^1 + [\arctan(x)]_{-1}^1 = \frac{2}{5} - \frac{\pi}{2}.$$

La surface en rouge A correspond à l'aire du rectangle délimité par les 4 points auquel on soustrait l'aire S :

$$A = 2 \times f(1) - S = 2 \times \frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{\pi}{2} = \frac{3}{5} + \frac{\pi}{2}.$$