Arithmétique et variables aléatoires discrètes

Soit n un entier naturel, et D=PGCD$(2n + 6, 3n + 5)$.

1/ Montrer que D est un diviseur de 8.

2/ Déterminer les valeurs de D en fonction de n.

3/ On choisit n au hasard et on définit la variable aléatoire X correspondant à la valeur de D.
3a/ Déterminer la loi de probabilité de X.
3b/ En déduire la probabilité pour que 2n+6 et 3n+5 soit premiers entre eux.

4/ Calculer l'espérance mathématique E(X).
4a/ On rappelle que la variance $V(X)=E(X^2) - E(X)^2$.Calculer V(X).
4b/ En déduire l'écart type σ(X).

5/ On considère $E = PGCD(4n + 12, 6n + 10) + PGCD(n^2 + n + 1, n + 1)$.
5a/ Démontrer que E=f(D) ou f est une fonction affine que l'on déterminera.
5b/ On choisit n au hasard et on définit la variable aléatoire Y correspondant à la valeur de E.
5c/ Calculer E(Y) et V(Y).

6/ La covariance de X,Y est définit par : Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y).
6a/ Montrer que Cov(X,Y)=2V(X).
6b/ Calculer le coefficient de corrélation linéaire $\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$.