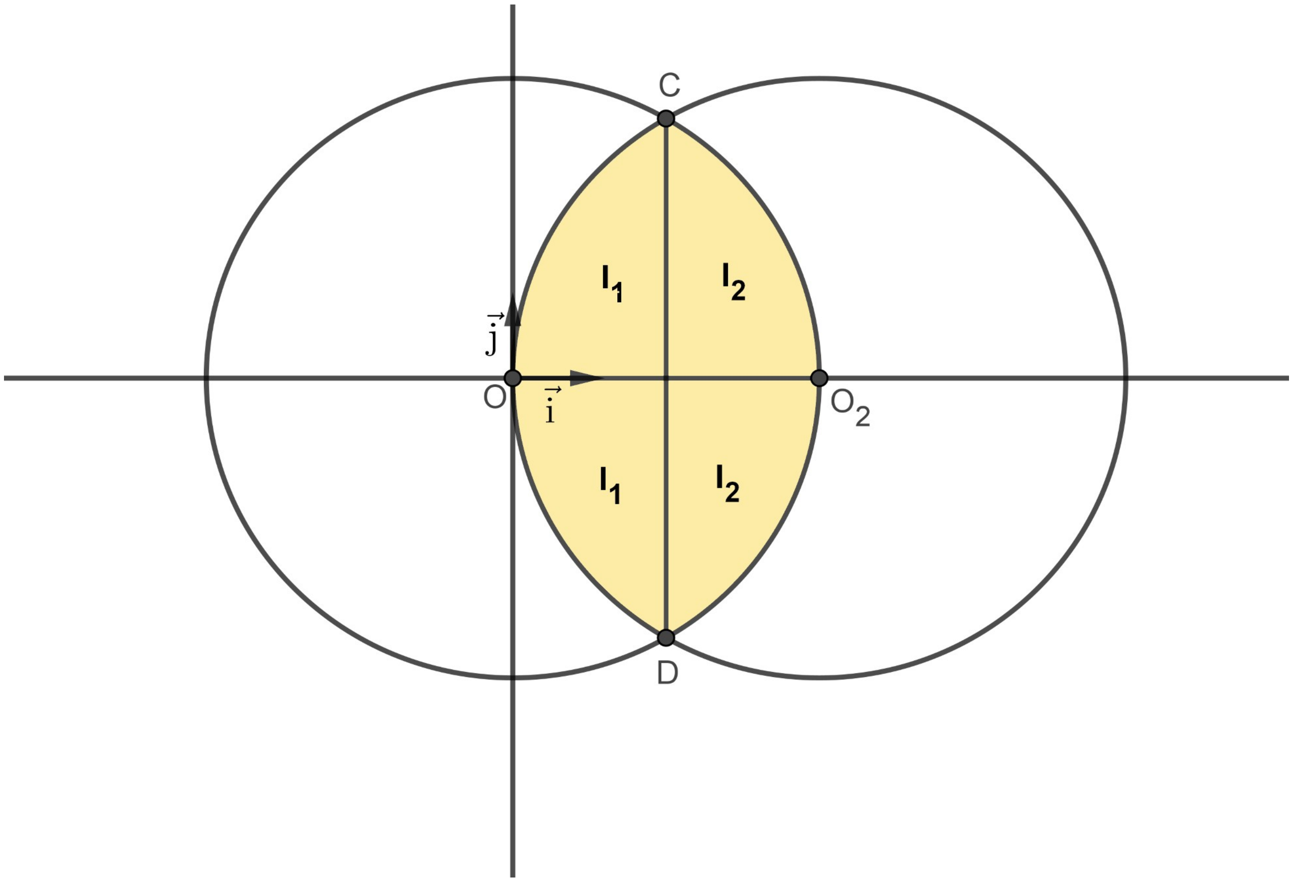

1/

(C1) : $x^2+y^2=R^2$.

(C2) : $(x-R)^2+y^2=R^2$.

2/ Déterminer en fonction de R, les coordonnées des points O_2, C et D dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$:

D'après (1), les points d'intersections vérifient :

$(x-R)^2+R^2-x^2=R^2$

$-2xR+R^2=0$ *donc* $x_c=x_d=\dfrac{R}{2}$

$y^2=3\dfrac{r^2}{4}$ *donc* $y_c=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ *et* $y_d=\dfrac{-\sqrt{3}}{2}$.

3/ On décompose S en deux zones I_1 et I_2, ainsi S peut s'exprimer par la relation :

$S=2\times I_1+2\times I_2$ en raison de la symétrie de S par rapport à l'axe $(O,\vec{i})$

a/ exprimer I_1 sous la forme $I_1=\int_0^{\frac{R}{2}} f(x)dx$ où f(x) est une fontion que l'on explicitera.

$$I_1=\int_0^{\frac{R}{2}} \sqrt{R^2-(x-R)^2}\,dx.$$

b / exprimer I_2 sous la forme $I_2=\int_{\frac{R}{2}}^{R} g(x)dx$ où g(x) est une fontion que l'on explicitera.

$$I_2=\int_{\frac{R}{2}}^{R} \sqrt{R^2-x^2}\,dx$$

c/ montrer que $I_1= I_2$ (on pourra utiliser un changement de variable).

Posons $X=R-x$

$$I_1=-\int_R^{\frac{R}{2}} \sqrt{R^2-X^2}\,dX=\int_{\frac{R}{2}}^{R} \sqrt{R^2-X^2}\,dX=I_2.$$

4/ Calculer I_1 et en déduire l'expression de S en fonction de R

Posons : $x-R=R\cos(\theta)$ $dx=-R\sin(\theta)d\theta$

$$I_1=-R\int_\pi^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{R^2-R^2\cos(\theta)^2}\sin(\theta)d\theta$$

$$I_1=-R^2\int_\pi^{\frac{2\pi}{3}} \sin^2(\theta)d\theta=\frac{-R^2}{2}\int_\pi^{\frac{2\pi}{3}} (1-\cos(2\theta))d\theta$$

$$I_1=\frac{-R^2}{2}\left(\frac{-\pi}{3}-\left[\sin\frac{(2\theta)}{2}\right]_\pi^{\frac{2\pi}{3}}\right)=\frac{-R^2}{2}\left(\frac{-\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$S=4I_1=2R^2\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right).$$