

Dans l'exercice i et N sont des entiers et N est strictement positif.

1/ Soit la somme $S_1 = \sum_{i=1}^N (i+1)^3 - (i-1)^3$

1a/ Déterminer S_1 en fonction de N.

1b/ En déduire que la somme $S_2 = \sum_{i=1}^N i^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$

2/ Soit la somme $S_3 = \sum_{i=1}^N (i+1)^4 - (i-1)^4$

2a/ Déterminer S_3 en fonction de N.

2b/ En déduire que la somme $S_4 = \sum_{i=1}^N i^3 = \frac{N^2(N+1)^2}{4}$

2c/ De quelle somme S_4 est-elle le carré ?