

On cherche à encoder et décoder une séquence de 4 chiffres de 0 à 9.

L'encodage s'effectue par bloc de 2 chiffres et comporte 2 étapes:

1/ Chaque bloc de 2 chiffres  $x, y$  est d'abord transformé en  $x', y'$  avec une matrice d'encodage  $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$  :

soit  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $Y = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  alors  $Y = AX$

2/ le codage est finalement obtenu en calculant les restes  $r_1$  et  $r_2$  de la division par 10 de  $x'$  et  $y'$  :

$$x' \equiv r_1[10] \quad y' \equiv r_2[10]$$

### **PARTIE A - Encodage**

1/ Exprimer  $x'$  et  $y'$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

2/ Encoder la séquence suivante : 1618

### **PARTIE B - Decodage**

1/ a/ Montrer que la matrice  $A$  est inversible.

b/ Montrer que  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$  est la matrice inverse de  $A$ .

2/ Exprimer  $x$  et  $y$  en fonction de  $r_1$  et  $r_2$ .

3/ Décoder la séquence suivante : 6056