

On cherche à encoder et décoder une séquence de 4 chiffres de 0 à 9.
L'encodage s'effectue par bloc de 2 chiffres et comporte 2 étapes:

1/ Chaque bloc de 2 chiffres x, y est d'abord transformé en x', y' avec une matrice d'encodage $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$:

soit $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $Y = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ alors $Y = AX$

2/ le codage est finalement obtenu en calculant les restes r_1 et r_2 de la division par 10 de x' et y' :

$$x' \equiv r_1[10] \quad y' \equiv r_2[10]$$

PARTIE A - Encodage

1/ Exprimer x' et y' en fonction de x et y .

2/ Encoder la séquence suivante : 1618

PARTIE B - Decodage

1/ a/ Montrer que la matrice A est inversible.

b/ Montrer que $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$ est la matrice inverse de A .

2/ Exprimer x et y en fonction de r_1 et r_2 .

3/ Décoder la séquence suivante : 6056