EXERCICE 2

Soit E l'ensemble des points M dont l'affixe $z=x+iy$ vérifient :
$|(1+i)z-2i|=2$.

1/ $|(1+i)z-2i|^2 = x^2+y^2+2-2x-2y=2$

$x^2+y^2-2x-2y=0$

$(x-1)^2+(y-1)^2=2$

donc (E) est un cercle de centre A(1,1) et de rayon $\sqrt{2}$.

2/ s la similitude directe de centre O, de rapport $\sqrt{2}$, d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}$ et t la translation de vecteur $-2\vec{v}$.

a. s(M) d'affixe z' : $z'=\sqrt{2}\, e^{(\frac{i\pi}{4})} z=\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2})(x+iy)=x-y+i(x+y)$.

tos(M) d'affixe $z''=z'-2i==(x-y)+i(x+y-2)=(x+iy)(1+i)-2i=(1+i)z-2i$.

b. $|z'|=2$ cercle de centre O et de rayon 2.

si $M \in E$ alors $|z''|=2$ donc tos(E) est un cercle de centre O et de rayon 2.

La similitude et la translation conservent les figures donc E est un cercle. Son rayon $R\times\sqrt{2}=2$ donc $R=\sqrt{2}$.

Son centre A est tel que tos(A)=O donc $(x_A-y_A)+i(x_A+y_A-2)=0$ soit $x_A=y_A$ et $x_A+y_A=2$ donc $x_A=1$ et $y_A=1$.