

Exercice 1 – BAC C – 1982 – Besançon

1/ Calculer la somme suivante pour x réel et p entier naturel :

$$1-x+x^2-\dots+(-1)^p x^p$$

2/ Montrer que quels que soient les entiers naturels x et n , l'entier $x^{2n+1}+1$ est divisible par $x+1$.

3/ En déduire que, quel que soit l'entier naturel p , $(2^{(2^p)})^k+1$ est divisible par $2^{(2^p)}+1$ si l'entier k est impair.

4/ Démontrer qu'une condition nécessaire pour que 2^m+1 soit premier est que l'entier naturel m soit une puissance de 2.
On ne cherchera pas à étudier si cette condition est suffisante.